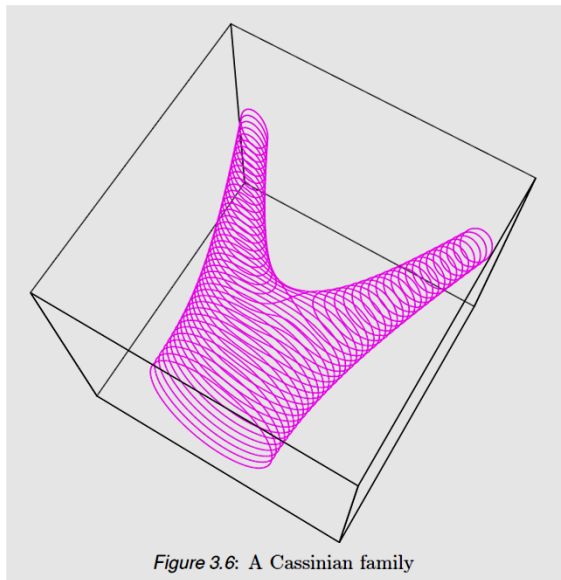


A Cassini - görbék felületének ábrázolása

A Cassini - görbék ismertetésére ajánlható [1]. Eszerint egyenletük:

$$(x^2 + y^2)^2 - 2 \cdot c \cdot (x^2 - y^2) = a^4 - c^4 ; a > 0, c > 0. \quad (1)$$

A [2] műben találtuk az 1. ábrát.



1. ábra – forrása: [2]

Az ábra a Cassini - görbék „családját” ábrázolja, úgy, hogy egy $z = f(x, y)$ felület z tengelyére merőleges síkmetszeteit képezi, elegendően sűrűn. Az (1) egyenletre tekintve látjuk, hogy a

$$z = a^4 - c^4 \quad (2)$$

választással élve, (1) és (2) szerint írhatjuk, hogy:

$$z = f(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - 2 \cdot c^2 \cdot (x^2 - y^2). \quad (3)$$

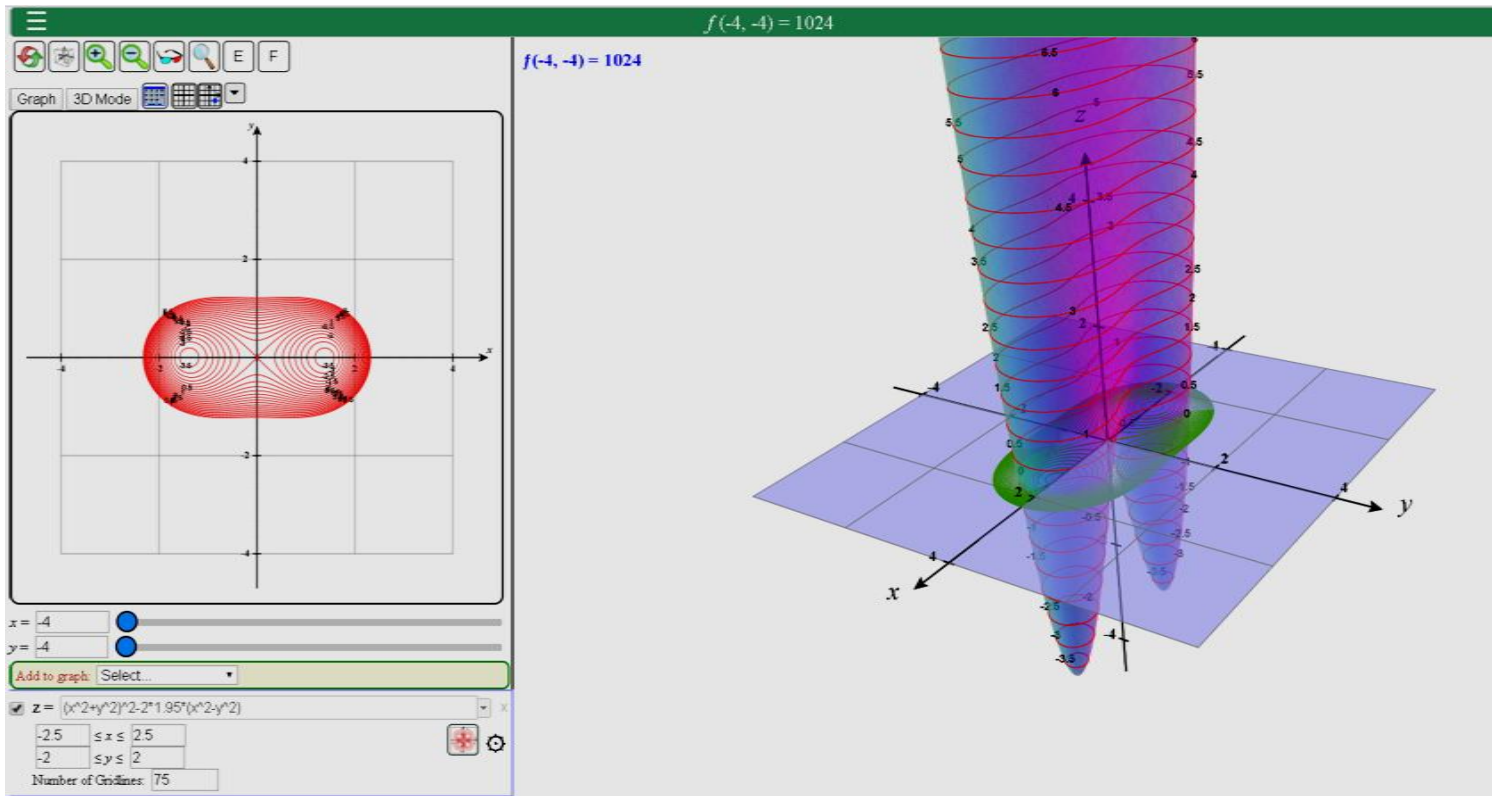
(2) és (3) szerint ez azt jelenti, hogy ha $c = \text{konst}$, $a = \text{var.}$, akkor $z = \text{var.}$, így a különböző értékeihez más és más síkmetszetei tartoznak a (3) felületnek. Úgy is fogalmazhatunk, hogy z különböző értékeihez a különböző értékei tartoznak.

Megkíséréljük most mi is ábrázolni e felületet – 3. ábra. Esetünkben a felület egyenlete:

$$z = f(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - 2 \cdot 1,95 \cdot (x^2 - y^2). \quad (2 / 1)$$

A z tengelyre merőleges síkmetszetek a különféle Cassini - oválisok, melyek számunkra most már nem külön - külön értelmezendő görbék, hanem a (2 / 1) „családja” részei.

Megjegyezzük, hogy használhatónak látszik a [3] forrás ingyenes rajzoló programja.



3. ábra – forrása: [3]

Talán furcsának tűnhet a címbeli megjelölés, hiszen akkor más síkgörbékhez is kellene, ill. lehetne találnunk olyan felületeket, melyeknek valamilyen metszetgörbéje az adott sík - görbe. Nagyjából ez is a helyzet, hiszen pl. a kúpszeletek neve is erről árulkodik. Igaz, ott mindenféle állású metszősík szóba jöhet, nem csak a felület tengelyére merőlegesek. Azért is lehet meglepő elnevezésünk, hiszen a Cassini - görbék származtathatók a tórusz forgás - tengelyével párhuzamos síkokkal történő metszésével is. Ehhez lásd egy korábbi dolgoza - tunkat is, melynek címe: **A Cassini - görbékről!**

Források:

[1] – **I. N. Bronstejn ~ K. A. Szemengyajev:** Matematikai zsebkönyv
2. kiadás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1963.

[2] – **Alfred Gray:** Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with
Mathematica
3. Ed., Elsa Abbena and Simon Salamon, 2005.

[3] – <https://www.monroecc.edu/faculty/paulseeburger/calcsf/CalcPlot3D/>

Összeállította: ***Galgóczy Gyula***
ny. mérnöktanár

Sződliget, 2020. 05. 11.